

Projeto e confecção de uma planta didática para estudo de controle: Viga Bola

Leonardo Helliam de Souza Ferreira, Marcus Felipe Calori Jorgetto, Diogo Ramalho de Oliveira

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso do Sul – Três Lagoas-MS

lhelliam@gmail.com, marcus.jorgetto@ifms.edu.br

Resumo

O trabalho apresenta a implementação prática de um método de controle a partir da teoria clássica de controle aplicado no sistema Viga bola, com o objetivo de controlar a posição de uma bola sobre uma viga, podendo variar sua posição em apenas um eixo, mesmo com a interação de forças externas. Para que seja feita a correção da posição da bola no sistema é realizada a programação de um código na plataforma Arduino usando um controlador Proporcional Integral Derivativo (PID), o sistema montado é um sistema de malha fechada, onde um sensor laser determina a posição da bola para que seja feita a realimentação do sistema com um valor de correção, desta forma a bola se movimenta em direção à posição desejada.

Palavras-chave: Arduino, Controle, PID, Realimentação

Metodologia e desenvolvimento

O diagrama que descreve esse sistema é composto por duas partes, sendo elas: o atuador que converte os sinais elétricos em movimento mecânico (neste caso foi utilizado um servo motor) e a planta (viga e bola), conforme descrito na Fig. 1.

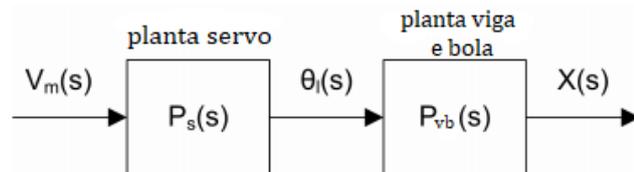


Figura 1. Diagrama de blocos de malha aberta viga bola.

Deste modo, a função de transferência da viga bola esboça o deslocamento da posição da bola, $X(s)$, em função do ângulo $\theta(s)$ do servo motor. A função de transferência do servo motor modela o ângulo do servo, $\theta(s)$, que varia de acordo com a tensão de entrada $V_m(s)$.

Para obter a função de transferência completa desse sistema é necessário realizar o produto da função de transferência do servo motor com a do viga e bola, com descrito em (1).

$$P(s) = P_{vb}(s) P_s(s) \quad (1)$$

onde, $P(s)$, $P_{vb}(s)$ e $P_s(s)$, representam respectivamente as funções de transferência da planta completa, do viga bola e do servo motor.

As funções de transferência de $P_s(s)$ e $P_{vb}(s)$ são dadas em (2) e (3) respectivamente. A função de transferência do servomotor, dada em (2), é clássica e pode ser encontrada nas seguintes referências [1]- [3].

$$P_s(s) = \frac{V_m(s)}{\theta(s)} = \frac{K}{s(\tau s + 1)} \quad (2)$$

$$P_{vb}(s) = \frac{\theta(s)}{V_m(s)} \quad (3)$$

onde, K e τ representam constantes do motor.

O modelo matemático do sistema viga-bola é equivalente ao modelo do movimento de um corpo em um plano inclinado como descrito na Fig. 2 [2]-[4].

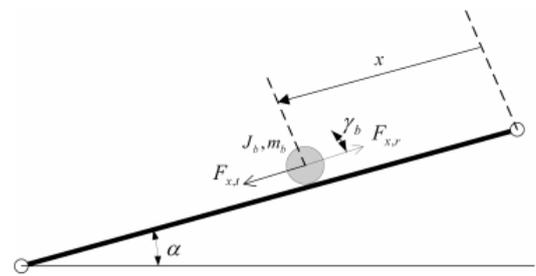


Figura 2. Diagrama das forças atuantes na viga e bola.

As forças que atuam sobre a bola podem ser escritas em (4).

$$\sum F = m_b \frac{d^2(x(t))}{dt^2} \quad (4)$$

onde: m_b é a massa da bola e $x(t)$ é a posição da bola.

São duas forças que atuam na bola uma delas representada por $F_{x,r}$ a força da inércia da bola e $F_{x,t}$ a força de translação gerada pela ação da gravidade sobre a bola. Portanto substituindo em (4) tem-se (5).

$$F_{x,t} - F_{x,r} = m_b \frac{d^2(x(t))}{dt^2} \quad (5)$$

Desta forma para que a bola fique em equilíbrio, ou seja, em repouso a força de translação e a força da inércia devem ser iguais.

As forças de inércia e de translação podem ser descritas das seguintes formas, como descrito em (6) e (7).

$$F_{x,t} = \frac{J_b \left(\frac{d^2(x(t))}{dt^2} \right)}{r_b^2} \quad (6)$$

$$F_{x,t} = m_b g \text{sen}(\alpha) \quad (7)$$

onde: J_b é o momento de inércia da bola, $x(t)$ é a posição da bola, r_b é o raio da bola, m_b é a massa da bola, g é a aceleração da gravidade e $\text{sen}(\alpha(t))$.

Substituindo (6), (7) em (5), pode-se dizer que a aceleração linear da bola é dada por (8).

$$\frac{d^2}{dt^2} x(t) = \frac{m_b g \text{sen}(\alpha(t)) r_b}{m_b r_b^2 + J_b} \quad (8)$$

Para determinar a relação entre o ângulo do servo motor e o ângulo da viga, é utilizada a relação entre triângulos na Fig. 3, resultando em (9). Considerando que a variação de $\theta(t)$ seja pequena pode-se realizar a seguinte consideração: $\text{sen}(\theta(t)) \approx \theta(t)$. Assim substituindo-a em (9) e posteriormente em (8) obtém-se (10).

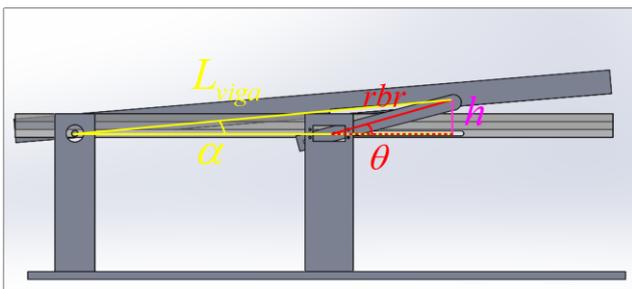


Figura 3. Decomposição dos ângulos α e θ .

$$\text{sen}(\alpha(t)) = \frac{\text{sen}(\theta(t)) r_{br}}{L_{viga}} \quad (9)$$

onde, r_{br} é o raio do braço do servo, L_{viga} é o comprimento da viga.

$$\frac{d^2}{dt^2} x(t) = \frac{m_b g \theta(t) r_{br} r_b}{L_{viga} (m_b r_b^2 + J_b)} \quad (10)$$

Aplicando a transformada de Laplace na função de transferência na planta viga e bola ($P_{vb}(s)$), obtém-se a função de transferência em (11)

$$\frac{X(s)}{\theta(s)} = \frac{m_b g r_{br} r_b}{L_{viga} (m_b r_b^2 + J_b) s^2} = \frac{K_{bb}}{s^2} \quad (11)$$

Onde: K_{bb} representa uma constante obtida através da solução algébrica das constante envolvida em (11)

A partir do diagrama que descreve esse sistema, pode-se ver que as duas plantas estão ligadas em série, com isso obtém-se a função de transferência completa do sistema $P(s)$ em (12).

$$P_s = \frac{K_{bb} K}{s^3 (\tau s + 1)} \quad (12)$$

Resultados e Considerações Finais

A pesquisa está em desenvolvimento, com constantes mudanças a partir dos testes executados, foram escolhidos inicialmente alguns componentes que não atenderam as necessidades do projeto e posteriormente foram substituídos por algum outro que viesse a ter êxito.

Este trabalho está dividido em 4 partes, sendo elas: estrutura, sensor e atuador e controlador.

A confecção da estrutura é em PLA feita em uma impressora 3d, que assim possibilita uma qualidade de prototipagem aliados a resistência e leveza, evitando esforço a mais pelo servo motor.

Por facilidade de programação e grande volume de material de pesquisa é utilizado o microcontrolador Arduino para realizar um controle proporcional integral derivativo (PID). Além das vantagens do processamento digital do sinal o microcontrolador proporciona flexibilidade para alterar os ganhos do controlador [5].

Para obter a posição da esfera, inicialmente foi usada uma fita resistiva de níquel cromo junto com uma esfera de aço, a esfera tocava as linhas condutoras de forma superficial o que não proporcionou força de contato suficiente para a leitura adequada da resistência, como não obteve bons resultados foi realizada a sua substituição por um sensor ultrassônico e uma bola de pingue pongue, que não proporcionou bons resultados devido a extensão da viga que causou interferência na medida, trazendo incertezas nas medições. Por fim o componente que obteve

melhores resultados foi o sensor de distância a laser VL5310X [5], [6].

Para atuar no sistema, variando a angulação da viga foi escolhido um servo motor, que trabalha em corrente contínua, sendo um ótimo atuador para esse projeto já que pode-se controlar sua angulação de acordo com a necessidade, como também limitá-la para que não venha causar danos à estrutura.

Concluído o processo de construção e adaptada para a nova instrumentação obteve-se a estrutura da Fig.4.

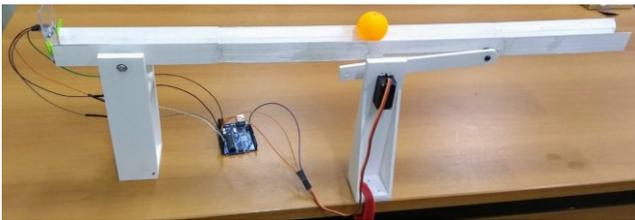


Figura 4. Imagem da planta didática.

Visto que a planta apresenta três polos na origem, o primeiro controlador a ser implementado é um controlador derivativo que resulta em um sistema estável, porém para embarcá-lo no Arduino optou-se por emulá-lo utilizando a técnica de *Tustin*. Na Fig.5 apresenta-se uma simulação da planta em resposta a uma entrada degrau de 200 mm. Nota-se um comportamento amortecido, ou seja, não houve *overshoot*. Já na Fig. 6 apresenta-se a posição angular do servo motor em graus que o servo motor apresentou durante a simulação, observa-se uma derivada elevada no começo, e logo em seguida um amortecimento exponencial, calculando essa derivada abrupta resultou em um valor de $0,382^\circ/ms$, sendo que o servo motor utilizado suporta uma derivada máxima de $0,43^\circ/ms$ [7], portanto o atuador possui velocidade suficiente para resposta

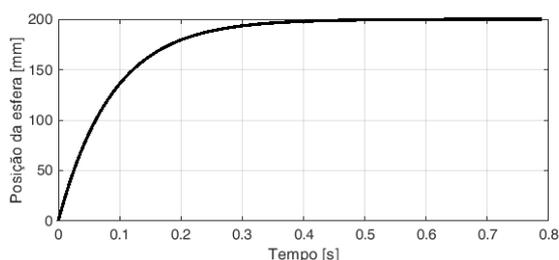


Figura 5. Posição da esfera para uma entrada degrau de 200 mm.

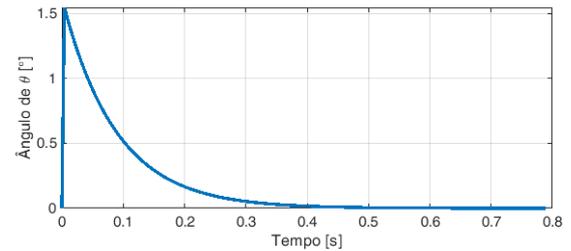


Figura 6. Posição angular do servo motor em resposta a uma entrada degrau de 200 mm.

Agradecimentos

Ao IFMS/TL pelo incentivo financeiro de acordo com o Edital 027/2018 - Propi/IFMS.

Referências

- [1] DORF, R. C.; BISHOP, R. H. Sistemas de Controle Modernos: 8. ed. Rio de Janeiro: Editora LTC, 2001.
- [2] APKARIAN, J; LÉVIS, M; GUROCAK, H. Ball and beam experiment for Matlab/Simulink users. Markham: Quanser, 2011.
- [3] RIVA, MATHEUS FURLAN. Desenvolvimento de protótipo e controle de um sistema viga-bola. Trabalho de Conclusão de Curso. UNESP FE/IS. Ilha Solteira, 2015
- [4] MORAES, MARIANA APARECIDA DE. Projeto de controle para um sistema viga-bola. Trabalho de Conclusão de Curso. UNESP FE/IS. Ilha Solteira, 2017.
- [5] MCROBERTS, Michael. Arduino básico. São Paulo: Novatec, 2011. 453 p. ISBN 978857522274.
- [6] STMicroelectronics. VL53L0X: World's smallest Time-of-Flight ranging and gesture detection sensor. Electronic Publication, 2018.
- [7] Futaba. MG995R: High Torque Metal Gear Dual Ball Bearing Servo. Electronic Publication, 2004.