

Otimização vigas de concreto armado: dimensionamento no ELU e verificação no ELS

Emanuelle Pinheiro Mendes, Luan Matheus Moreira

Instituto Federal de Mato Grosso do Sul – Aquidauana-MS

epinheiro678@gmail.com, luan.moreira@ifms.edu.br

Resumo

O presente artigo tem como objetivo dimensionar vigas de concreto armado, com armadura simples e dupla, incorporando-se as restrições impostas pela NBR 6118/2023 visando-se otimizar a altura das vigas. Foram utilizados o Estado Limite Último para o dimensionamento e a verificação do Estado Limite de Serviço para deformação excessiva. Foi elaborada uma planilha eletrônica, realizando-se a otimização não linear através dos métodos do Solver. Os resultados obtidos evidenciam a validade do processo desenvolvido.

Palavras-chave: Otimização, ELU, ELS.

Introdução

Rodriguez (2018) apresenta uma proposta de programa computacional para analisar problemas de otimização não linear com restrições. Foram realizadas análises numéricas e experimentais em diversas seções constituídas por vigas mistas de aço e concreto para determinar as condições de carregamento que causaram os danos. O algoritmo implementado utiliza um método de programação linear sequencial combinado com um método Simplex para otimizar o dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto. Considera o estado limite de flexão e o estado limite de serviço de sobre deformação. Os exemplos analisados demonstram que o objetivo das obras foi alcançado, pois atendem às condições de projeto especificadas nas normas tecnológicas, minimizando assim uma função objetivo de custo definida de acordo com a quantidade de material e seu custo.

Correia (2016) analisou o estudo de uma viga retangular biapoiada em pilares com carregamento distribuído vertical sujeito a flexão simples e de cisalhamento. Utilizou a ferramenta solver do Excel, encontrando a altura e a base da viga. Os resultados apontaram que a altura do pré-dimensionamento se aproxima da altura otimizada

Como destaca Melo (2013), ao iniciar uma obra representativa de um projeto arquitetônico, não se pode utilizar uma única equação para o tamanho da estrutura, tendo em vista que cada parte pode variar dependendo dos requisitos, das restrições de esforço e da geometria, funções de suporte. A teoria do cálculo estrutural com casos reais foi utilizada para criar fórmulas simplificadas para desenvolvimento de tarefas, que tentaram testar dimensões teóricas anteriores com valores reais de estudos de caso e

comparar os resultados. Comparando os resultados, percebe-se que as fórmulas apresentadas na pré-dimensão são modificadas de acordo com a norma e as fórmulas do cálculo estrutural são aprimoradas comparando com a estrutura existente para facilitar o entendimento dos iniciantes de cálculo da estrutural na áreas que abrange esse tema

Considerando-se o contexto da literatura apresentada, o objetivo desta pesquisa foi otimizar as alturas de vigas com a restrições impostas pelos o dimensionamento em armaduras simples e dupla (Estado Limite Último - ELU), assim como a verificação de deformação excessiva (Estado Limite de Serviço - ELS).

Metodologia

Esta pesquisa tem uma abordagem quantitativa, onde utiliza-se de procedimentos estatísticos para a produção de dados primários através da otimização das alturas de vigas.

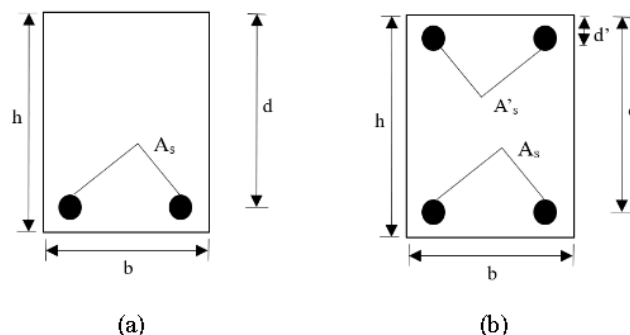


Figura 1 - Seção retangular com armadura simples e dupla

Dimensionamento de seções retangulares com armadura simples

Para uma viga biapoiada com carregamento distribuído uniforme, o momento fletor máximo de serviço é dado pela Equação 1.1 e o momento fletor reduzido pela Equação 1.2.

$$Mr = \frac{p \cdot l^2}{8} \quad (1.1)$$

$$\mu = \frac{Md}{b \cdot d^2 \cdot \sigma_{cd}} \quad (1.2)$$

Onde, Md é o momento fletor máximo de cálculo (momento fletor de serviço majorado por 1,4) e a tensão de compressão de cálculo do concreto é $\sigma_{cd} = 0,85 \cdot fcd$.

$$\mu \leq \mu_{lim} \quad (1.3)$$

Devido à posição da linha neutra demonstrada na equação na p 91 da NBR 6118, pode-se utilizar

$$\xi = x/d \text{ em que } x/d \leq 0,25, \text{ se o } fck \leq 50MPa \quad (1.4)$$

$$\xi = 1 - \frac{\sqrt{1-2\mu}}{\lambda} \quad (1.5)$$

$$\lambda = 0,8, \text{ se } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (1.6)$$

$$A_s = \lambda * \xi * b * d * \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}} \quad (1.7)$$

$$A_s' = 2 * \left(\frac{\pi * (0,63)^2}{4} \right) \quad (1.8)$$

Dimensionamento de seções retangulares com armadura dupla

Utilizando a tabela da página 130 da NBR 6118 a tabela 17.3 de taxa mínima de armaduras de flexão para vigas.

Então o A_s , min para armadura simples

$$A_s, \text{ min} = \frac{0,15}{100} * bh \quad (2.1)$$

$$A_s, \text{ min} \leq A_s \quad (2.2)$$

$$h \leq 60 \text{ cm} \quad (2.3)$$

$$A_s' = \frac{(\mu - \mu_{lim}) * b d \sigma_{cd}}{(1 - \delta) * \sigma'_{sd}} \quad (2.4)$$

$$A_s = \left[\lambda \xi_{lim} + \frac{(\mu - \mu_{lim})}{(1 - \delta)} \right] * \frac{(b d \sigma_{cd})}{f_{yd}} \quad (2.5)$$

$$\xi_{lim} = 0,45, \text{ se } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (2.6)$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (2.7)$$

coeficiente de ponderação da armadura $\gamma_s = 1,15$

Verificação da deformação excessiva em vigas

A fórmula usada para calcular a flecha de serviço em vigas de acordo com a NBR 6118 é:

$$I_{eq} = \left(\frac{M_r}{M} \right)^3 * I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M} \right)^3 \right] * I_2 \leq I_c \quad (3.1)$$

onde

I_c = momento de inércia da seção de concreto simples;

I_2 = momento de inércia da Seção de concreto armado no estágio II puro;

M = momento fletor solicitante na seção crítica;

M_r = momento de fissuração.

De acordo com a NBR-6118, o momento de fissuração é dado por:

$$M_r = \frac{\alpha * I_c * f_{ct}}{y_t} \quad (3.2)$$

onde y_t é a distância do centróide da seção à fibra mais tracionada

O coeficiente α tem os seguintes valores:

$\alpha = 1,2$ para seções T ou duplo T

$\alpha = 1,3$ para seções ou T invertido

$\alpha = 1,5$ para seções retangulares

Para o caso de seções retangulares, têm-se:

$$I_c = \frac{b * h^3}{12} \quad (3.3)$$

$$I_2 = K_2 * b * d^3 \quad (3.4)$$

$$M_r = \frac{b * h^2 * f_{ct}}{4} \quad (3.5)$$

E a rigidez a flexão da seção do concreto armado é dada por:

$$K_{eq} = E_{cs} * I_{eq} \quad (3.6)$$

onde

E_{cs} = módulo de deformação longitudinal secante do concreto

A flecha adicional ΔW , é dada por

$$\Delta W = \left[\frac{f(t) - f(t_0)}{1 + 50\rho'} \right] W(t_0) \quad (3.7)$$

onde

t_0 = idade de aplicação da carga

t = idade para calcular a flecha

ρ' = taxa da armadura longitudinal de compressão na seção crítica

$$\rho' = \frac{A'_s}{b * d} \quad (3.8)$$

e a função $f(t)$ é dada por

$$f(t) = 0,68 * 0,996^t * t^{0,32} \leq 2 \quad (3.9)$$

t = idade em meses.

Caso alguma parcela da carga de longa duração for aplicada em idades diferentes, pode-se adotar para t_0 um valor ponderado

$$t_0 = \frac{\sum P_i * t_{0i}}{\sum P_i} \quad (3.10)$$

onde

P_i = parcela da carga

t_{0i} = idade em que se aplicou a parcela P_i , em meses

Resultados e Discussão

Foi construído um conjunto de dados a partir da definição de 3 situações típicas de carregamentos distribuídos aplicado em uma viga em concreto armado considerando-se edificações usuais.

O limite inferior de carregamento é equivalente a uma situação onde a viga está submetida apenas ao seu peso próprio. O limite intermediário de carregamento consiste no limite inferior adicionando a carga parcial de uma laje em concreto armado apoiada sobre a viga. O limite superior de carregamento consiste no limite intermediário adicionando-se a carga de uma parede de tijolos cerâmicos sobre a viga.

Além disso, também foram adotados 3 valores para a resistência característica do concreto, assim como 7 valores distintos de vão teórico para a viga.

Os dados foram expostos no excel para otimização no solver com dados de entrada Dimensionamento das armaduras e deformação excessiva da viga para os testes do conjunto, apresentadas na figura 2.

INSERIR DADOS	DIMENSIONAMENTO	DEFORMAÇÃO EXCESSIVA
fck = 5 kN/cm ²	m = 0,09209686118	l = 272380,3513 cm ⁴
fyk = 50 kN/cm ²	armadura simples	Mr = 5132,626904 kN.cm
pk = 0,109 kN/cm		
Mk = 8720 kN.cm	As_inf = 4,891415949 cm ²	a1 = 6
h = 64,82242271 cm	As_sup = 0,6234490621 cm ²	a2 = 30,99491672
b = 12 cm	Ast = 5,514865011 cm ²	a3 = -1704,958155
l = 800 cm	Asmin = 1,617967671 cm ²	x2 = 14,47086156 cm
Ed = 3959,797975 kN/cm ²	Asmax = 31,1147629 cm ²	l2 = 71373,141 cm ⁴
Ecs = 3662,813127 kN/cm ²		Eieq = 411566346,4 kN.cm ²
alpha = 5,733298226		Wi = 1,412489963 cm
		Wt = 3,199999986 cm
		Wim = 3,2 cm

Figura 2 - Layout da Otimização

Após rodar a otimização (i. e., encontrar valor mínimo para altura da viga da amostra), confere-se se as condições de contorno foram atendidas e anota-se o valor estimado. Após executar esse procedimento para cada uma das 63 vigas que compõem a amostra, construiu-se um banco de dados (vide Apêndice) formado por uma matriz de 4 colunas (i. e., resistência característica do concreto, carregamento distribuído, vão teórico da viga e altura estimada) e 63 linhas (i. e., valores para cada coluna referentes às 63 combinações de viga).

Tabela 1. Resultados das amostras otimizadas

fck (kN/cm ²)	pk (kN/cm)	l (cm)	h - otimizado (cm)
2	0,018	200	20,00
2	0,068	200	20,00
2	0,109	200	20,47
2	0,018	300	20,00
2	0,068	300	25,57
2	0,109	300	30,36
2	0,018	400	20,00
2	0,068	400	33,96
2	0,109	400	40,22
2	0,018	500	24,79
2	0,068	500	42,35
2	0,109	500	50,07
2	0,018	600	29,75
2	0,068	600	50,73
2	0,109	600	59,52
2	0,018	700	34,71
2	0,068	700	59,11
2	0,109	700	69,78
2	0,018	800	39,68
2	0,068	800	67,50
2	0,109	800	79,63
3,5	0,018	200	20,00
3,5	0,068	200	20,00
3,5	0,109	200	20,00

3,5	0,018	300	20,00
3,5	0,068	300	22,26
3,5	0,109	300	26,77
3,5	0,018	400	20,00
3,5	0,068	400	29,62
3,5	0,109	400	35,55
3,5	0,018	500	21,28
3,5	0,068	500	36,97
3,5	0,109	500	44,32
3,5	0,018	600	25,56
3,5	0,068	600	44,32
3,5	0,109	600	53,08
3,5	0,018	700	29,83
3,5	0,068	700	51,67
3,5	0,109	700	64,85
3,5	0,018	800	34,11
3,5	0,068	800	59,02
3,5	0,109	800	70,62
5	0,018	200	20,00
5	0,068	200	20,00
5	0,109	200	20,00
5	0,018	300	20,00
5	0,068	300	20,27
5	0,109	300	24,51
5	0,018	400	20,00
5	0,068	400	27,00
5	0,109	400	32,58
5	0,018	500	20,00
5	0,068	500	33,71
5	0,109	500	40,69
5	0,018	600	23,12
5	0,068	600	40,43
5	0,109	600	48,70
5	0,018	700	27,00
5	0,068	700	47,15
5	0,109	700	56,76
5	0,018	800	30,88
5	0,068	800	53,85
5	0,109	800	64,82

Considerações Finais

Ao longo da pesquisa, observou-se que existia uma lacuna na literatura sobre incorporar ao processo de otimização tanto o dimensionamento no ELU das vigas para armadura dupla quanto a verificação no ELS para deformação excessiva.

Com isso, construiu-se um modelo de otimização que foi validado a partir de 63 vigas com características distintas e alturas otimizadas.

Referências

CORREIA, R. S. **Otimização de vigas de concreto armado, utilizando a ferramenta solver.** 2016. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Pernambuco, Engenharia Civil, 2016.

MELO, P. R. **Pré-dimensionamento de estruturas de madeira, de aço e de concreto para auxílio à concepção de projetos arquitetônicos.** 2013. 113 f. Qualificação (Mestrado), Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2013.

RODRIGUES, T. A. **Dimensionamento otimizado de vigas mistas aço-concreto.** 2018 Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas, 2018.

OPCIONAL (Esta parte não é obrigatória e pode ser excluída, caso os autores assim desejarem. Entretanto, é recomendável que se faça a versão em Inglês desses elementos, até para fins de divulgação mais ampla)

Optimization of reinforced concrete beams: design in ELU and verification in ELS

Abstract: This article aims to design reinforced concrete beams, with single and double reinforcement, incorporating the restrictions imposed by NBR 6118/2023 in order to optimize the height of the beams. The Ultimate Limit State was used for design and the Service Limit State was checked for excessive deformation. An electronic spreadsheet was created and non-linear optimization was carried out using Solver methods. The results obtained show the validity of the process developed.

Keywords: Optimization, ELU, ELS.