

IMPLEMENTAÇÃO DO FILTRO DE KALMAN PARA FILTRAGEM E ESTIMATIVA DE DADOS

Sabrina Viscovini dos Santos¹, Samuel Pereira Braga¹, Lucas Rangel de Oliveira¹, Diogo Ramalho de Oliveira¹, Edson Italo Mainardi Júnior¹

¹Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso do Sul – Três Lagoas - MS

sabrina.santos3@estudante.ifms.edu.br, samuel.braga@estudante.ifms.edu.br, lucas.rangel@ifms.edu.br, diogo.ramalho@ifms.edu.br, edson.mainardi@ifms.edu.br

Resumo

Este trabalho apresenta a implementação do filtro de Kalman para filtragem de ruídos e estimativa de dados com o intuito de desenvolver análises de forma prática e auxiliar na compreensão de conceitos de vibrações, observadores de estado, monitoramento e estimativa de dados. As medidas de aceleração são advindas de sensores de baixo custo (utilizando a plataforma Arduino) implementados em uma bancada com um sistema massa-mola com dois graus de liberdade - construída no IFMS, Campus Três Lagoas. Por ser um algoritmo capaz de estimar as variáveis de estado de sistemas lineares a partir de medidas ruidosas, o filtro de Kalman mostra-se como uma possível solução para amenizar o problema de ruído presente em diversos tipos de sistemas e reduzir o custo e a manutenção de sensores.

Palavras-chave: Vibração mecânica. Filtro de Kalman. SHM. Sensor de baixo custo. Observador de estado.

Introdução

Na área da Engenharia, em construções de projetos, máquinas e estruturas é de fundamental importância que haja o Monitoramento de Integridade Estrutural (SHM), pois é através dele que conseguimos identificar as possíveis falhas e garantir sua confiabilidade e durabilidade. Para realizá-lo, uma das técnicas mais importantes e comuns é a análise de vibrações. Ela permite identificar as vibrações que podem causar diversas falhas em grandes estruturas (Silva, 2023). Sua aplicação é feita a partir do sensoramento da estrutura, mas um ponto de atenção é que nem todas as estruturas estão aptas para sua aplicação uma vez que ela esteja em um local de difícil acesso ou que seja necessária uma quantidade numerosa de sensores.

Diante disso, pode-se aplicar o método de observadores de estados, pois ele permite que a partir de um estado conhecido e suas saídas, seja possível estimar os outros estados de tal forma que conheça o comportamento do sistema. Esse processo iterativo permite que seja feito o acompanhamento e atualização contínua de suas estimativas

de estado do sistema, fornecendo informações valiosas para o controle e monitoramento em tempo real (Pinto, 2015).

Nesse meio, pode-se destacar o Filtro de Kalman como um observador de estado mais robusto, escolhido para ser aplicado nesse projeto, que além de realizar a filtragem de ruídos de medição, também possui a capacidade estatística de estimar parâmetros não medidos no sistema (Abreu, 2008).

Metodologia

Inicialmente construiu-se uma bancada com um sistema mecânico com dois graus de liberdade e para isso realizou-se toda a modelagem matemática do sistema que é ilustrado na Figura 1.

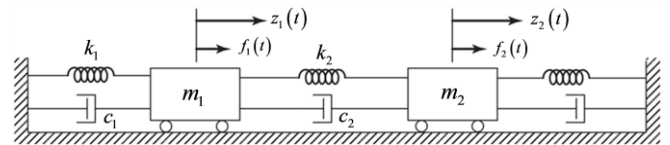


Figura 1. Modelo físico de um sistema massa mola com amortecimento. **Fonte:** Adaptado de Rao (2013).

Na Figura 1, os símbolos k_1 , k_2 e k_3 denotam os parâmetros de rigidez das molas, enquanto c_1 , c_2 e c_3 representam os coeficientes que caracterizam o amortecimento. Os deslocamentos lineares das massas são representados por z_1 e z_2 , e as forças externas aplicadas são identificadas como f_1 e f_2 .

Ao examinarmos as interações físicas que ocorrem no sistema, destaca-se as forças de ação e reação entre os componentes. Diante disso, são construídos os diagramas de corpo livre (DCL) correspondentes a cada massa, como demonstrado na Figura 2.

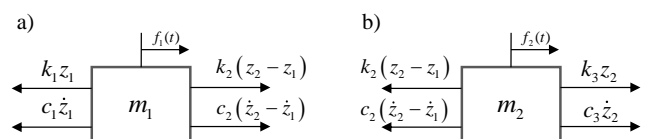


Figura 2. Diagrama de corpo livre: a) massa 1 e b) massa 2. **Fonte:** Adaptado de Rao (2013).

A partir da análise, obtém-se as equações de movimento desse sistema mostradas na Eq. (1).

$$\begin{cases} f_1(t) = m_1 \ddot{z}_1 - c_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + c_1 \dot{z}_1 - k_2 (z_2 - z_1) + k_1 z_1 \\ f_2(t) = m_2 \ddot{z}_2 + c_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + c_3 \dot{z}_2 + k_2 (z_2 - z_1) + k_3 z_2 \end{cases} \quad (1)$$

Como pode-se observar, as equações do movimento para cada massa consistem em um conjunto de equações diferenciais de segunda ordem. Na representação em espaço de estados, o conjunto de equações diferenciais de ordem n é escrito por um sistema de n equações diferenciais de primeira ordem (Ogata, 2010).

O vetor de estado x desse sistema é composto pelos vetores de deslocamento, z_1 e z_2 , e velocidade das massas, \dot{z}_1 e \dot{z}_2 . O vetor de saída será composto pelos sinais de aceleração, \ddot{z}_1 e \ddot{z}_2 . O vetor de entrada é descrito por duas variáveis genéricas, u_1 e u_2 .

A partir disso, pode-se aplicar a representação em espaço de estados, sendo ela feita com base em duas equações:

- equação de estado, conforme Eq. (2);
- equação de saída, conforme Eq. (3).

$$\begin{cases} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{cases} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\left(\frac{k_1 + k_2}{m_1 + m_1}\right) & \frac{k_2}{m_1} & -\left(\frac{c_1 + c_2}{m_1 + m_1}\right) & \frac{c_2}{m_1} \\ \frac{k_2}{m_2} & -\left(\frac{k_2 + k_3}{m_2 + m_2}\right) & \frac{c_2}{m_2} & -\left(\frac{c_2 + c_3}{m_2 + m_2}\right) \end{bmatrix} \begin{cases} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{cases} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{m_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_2} \end{bmatrix} \begin{cases} u_1 \\ u_2 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} y_1 \\ y_2 \end{cases} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\left(\frac{k_1 + k_2}{m_1 + m_1}\right) & \frac{k_2}{m_1} & -\left(\frac{c_1 + c_2}{m_1 + m_1}\right) & \frac{c_2}{m_1} \\ \frac{k_2}{m_2} & -\left(\frac{k_2 + k_3}{m_2 + m_2}\right) & \frac{c_2}{m_2} & -\left(\frac{c_2 + c_3}{m_2 + m_2}\right) \end{bmatrix} \begin{cases} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{cases} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{m_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_2} \end{bmatrix} \begin{cases} u_1 \\ u_2 \end{cases} \quad (3)$$

Para fins de aplicação, ambas as equações passaram pelo processo de discretização para mudar o domínio do tempo. Dessa forma, tem-se a substituição da análise de um sistema contínuo por uma análise baseada em um conjunto finito de pontos no sistema, ou seja, uma sequência de entradas e saídas dentro de um período (Silva, 2010).

A partir desse processo, são tratadas e analisadas computacionalmente todas as variáveis desse sistema, destacando-se como foco a aceleração do sistema que é medida através de acelerômetros MPU5060 de forma

isolada em cada massa do sistema. Dois grandes pontos de relevância nesse quesito são:

- os sensores são altamente sensíveis e com isso permitem a passagem de ruídos nos sinais captados;
- devido à facilidade de medição frente às outras variáveis, apenas a aceleração foi medida.

A partir disso, recorre-se à técnica do observador de estado do Filtro de Kalman, sendo ele capaz de realizar a filtragem dos ruídos presentes nesses sensores e tem como vantagem ser um método estatístico que utiliza tanto o modelo do sistema quanto todas as informações acessíveis, incluindo dados de medições passadas e presentes, com o propósito de estimar o estado atual do sistema. Essa abordagem probabilística inerente ao filtro de Kalman possibilita a consideração da incerteza associada às medições e ao modelo do sistema. Além disso, ele exibe a capacidade de aprender e adaptar-se às variações no comportamento do sistema ao longo do tempo, sendo útil em cenários em que o modelo do sistema pode sofrer alterações ou ser desconhecido (Silva, 2019).

O filtro de Kalman funciona a partir de um algoritmo com equações de estado e saída do sistema, levando em consideração a presença de ruídos do processo na planta, w , e ruídos de medição dos sensores, v . A forma estatística do ruído branco do processo com média em zero e variância Q e o ruído branco da medição com média zero e variância em R é modelada como uma distribuição normal, conforme descrito por Abreu (2008) e Paula (2016).

$$w \sim N(0, Q) \quad (4)$$

$$v \sim N(0, R) \quad (5)$$

Diante disso, a implementação computacional do filtro de Kalman pode ser realizada em etapas recursivas. Sendo o subscrito k o valor presente e $k+1$ o valor futuro das variáveis, a matriz P representando a covariância do erro de estimação do estado, K o ganho de Kalman, \tilde{x} e \tilde{y} o estado e a saída estimados na etapa de predição, \hat{x} e \hat{y} o estado e a saída estimados na etapa de atualização, e y a saída medida pelo sensor (Abreu, 2008; Paula, 2016). As etapas são expostas pela sequência de equações mostradas na Eq. (6).

$$\begin{aligned}\tilde{x}_{k+1} &= A\hat{x}_k + Bu_k \\ \tilde{y}_{k+1} &= C\hat{x}_{k+1} + Du_k \\ \tilde{P}_{k+1} &= AP_k A^T + Q \\ K_{k+1} &= \tilde{P}_{k+1} C^T (C\tilde{P}_{k+1} C^T + R)^{-1} \\ P_{k+1} &= (I - K_{k+1} C) \tilde{P}_{k+1} (I - K_{k+1} C)^T + K_{k+1} R K_{k+1}^T \\ \hat{x}_{k+1} &= \tilde{x}_{k+1} + K_{k+1} (y_{k+1} - \tilde{y}_{k+1})\end{aligned}\quad (6)$$

Resultados e Discussão

Com base no sensoriamento, tem-se a ligação com o Arduino que será o responsável, a partir de uma programação, por transmitir esses dados até o computador para fornecer visão gráfica do comportamento desse sistema. Analisando cada massa de forma isolada, aplicou-se uma condição inicial manual de deslocamento (4,5 cm) em cada uma delas, obtendo como resultado os comportamentos expostos na Figura 3.

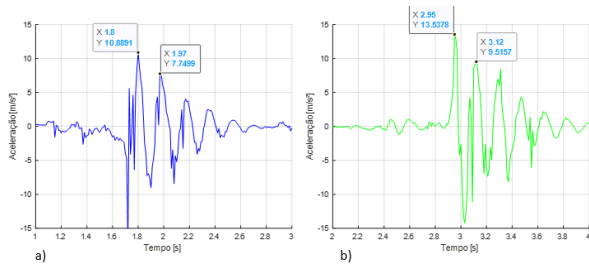


Figura 3. Resposta da aceleração à condição inicial: a) massa 1 e b) massa 2. **Fonte:** Elaboração própria (2023).

São analisados alguns pontos e principalmente as diferenças de valores entre os sistemas. É feita a medição das massas, obtendo como resultado 396,29 g para m_1 e 337,10 g para m_2 . Além disso, é utilizado o método do decremento logarítmico que permite calcular os dois parâmetros faltantes desse sistema de forma simples a partir dos valores de picos explicitados na Figura 3. Tendo como resultados:

- i. coeficiente de amortecimento: 1,58 Ns/m para m_1 e 1,39 Ns/m para m_2 ;
- ii. constante de rigidez: 539,20 N/m para m_1 e 458,57 N/m para m_2 .

Com base nos valores apresentados, as discrepâncias podem ser atribuídas às variações nas massas, nas constantes de rigidez e nos coeficientes de amortecimento encontrados em cada um dos cenários analisados. Adicionalmente, é importante considerar que a sensibilidade do sensor e as características estruturais introduzem atritos que também impactam no sinal adquirido.

Utilizando o ambiente MATLAB, desenvolvemos um código que incorporou as equações do sistema conforme

descritas na metodologia, bem como os parâmetros obtidos na seção de resultados. Com essas simulações, conduzimos uma análise comparativa considerando cada valor de massa no sistema. Os resultados dessas comparações são ilustrados nas Figuras 4 e 5, referentes às massas 1 e 2, respectivamente.

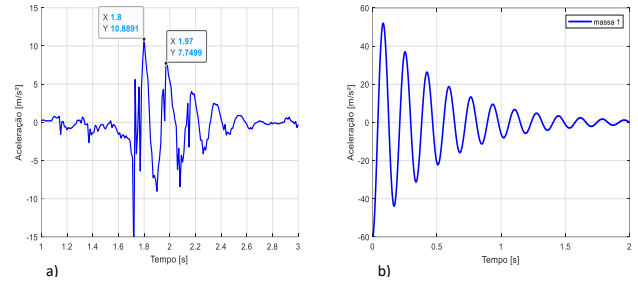


Figura 4. Resposta simulada da aceleração do sistema para massa 1 a) experimental e b) simulada. **Fonte:** Elaboração própria (2023).

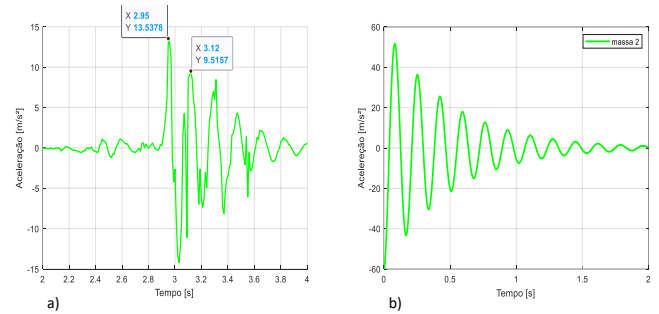


Figura 5. Resposta simulada da aceleração do sistema para massa 2. a) experimental e b) simulada. **Fonte:** Elaboração própria (2023).

Pode-se observar que o sistema real, embora apresente algumas discrepâncias em relação ao comportamento esperado de um sistema ideal, ainda se mantém em conformidade com nossas expectativas.

Com base nos dados adquiridos e considerando a presença de ruídos, procedemos à implementação do filtro de Kalman. Os resultados da aplicação deste filtro nos sistemas real e simulado são apresentados na Figura 6 (para a massa 1) e na Figura 7 (para a massa 2) para fins de comparação.

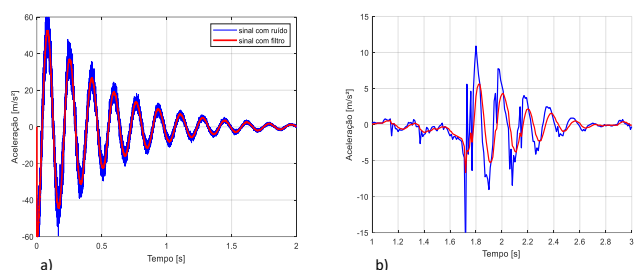


Figura 6. Comparação das respostas com e sem a implementação do filtro na massa 1 a) simulada e b) experimental. **Fonte:** Elaboração própria (2023).

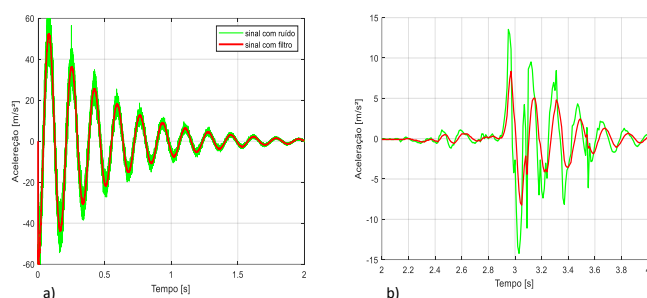


Figura 7. Comparação das respostas com e sem a implementação do filtro na massa 2 a) simulada e b) experimental. **Fonte:** Elaboração própria (2023).

Após a análise realizada, fica evidente que o filtro de Kalman demonstrou eficácia na redução de ruídos, conforme configurado por meio dos parâmetros descritos na seção de metodologia. No entanto, é importante notar que existe uma discrepância significativa entre os resultados obtidos nos sistemas real e simulado, possivelmente atribuível à biblioteca de calibração do sensor. Devido à falta de um calibrador de acelerômetro, os valores registrados podem não estar alinhados com as medidas reais.

Considerações Finais

Este trabalho apresenta uma metodologia de projeto para a implementação do filtro de Kalman em uma bancada de análise de um sistema massa-mola, com a aquisição de sinais por sensores de baixo custo. Este projeto é de grande importância, pois visa a implementação de um filtro robusto para o monitoramento de estruturas ou sistemas, reduzindo os efeitos de ruídos presentes nas medições. Além disso, ele oferece a oportunidade de estudar as vibrações de sistemas mecânicos e compreender a análise de seus movimentos.

No contexto do ensino superior, essa pesquisa desempenha um papel fundamental ao preparar futuros profissionais para a análise e aplicação de sistemas reais, indo além dos problemas teóricos encontrados em livros-texto. A

realização dos experimentos e etapas descritas nas seções anteriores proporcionou à aluna e ao orientador envolvidos a oportunidade de expandir seus conhecimentos por meio da experiência prática, utilizando equipamentos e metodologias específicas que não são normalmente abordados no currículo do curso. Esse trabalho contribuiu significativamente para o avanço das pesquisas científicas no âmbito do IFMS (Instituto Federal de Mato Grosso do Sul).

Agradecimentos

Agradecemos ao incentivo financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e do Instituto Federal de Mato Grosso do Sul (IFMS) através do Edital 029/2022-Propi/IFMS. Também, ao IFMaker Três Lagoas por disponibilizar a infraestrutura, equipamentos e insumos necessários para realização desse projeto.

Referências

- ABREU, L. B. **Estudo da utilização de filtros de Kalman para auto localização.** 2008. Tese (Mestrado de Engenharia Eletrotécnica e do Computadores). Universidade do Porto – Faculdade de Engenharia da, Porto, 2008.
- OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**, 5. ed., São Paulo – SP: Ed. Pearson, 2010.
- PAULA, A. A. **Monitoração da máquina de indução utilizando filtro de kalman.** 2016. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharel em Engenharia Elétrica). Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2016.
- PINTO, L. P. G. **Estimação de variáveis de estado e parâmetros baseada em observadores chaveados.** 2015. Tese (Doutorado em Engenharia de Automação e Sistemas). Faculdade de Engenharia de Automação e Sistemas, Florianópolis, 2015.
- RAO, S. **Vibrações Mecânicas.** 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.
- SILVA, B. M. **Desenvolvimento de um sistema sem fio para monitoramento de vibrações.** 2023. Monografia (Bacharel em Engenharia de Controle e Automação). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2023.
- SILVA, M. T. M. **Sistemas de Tempo Discreto.** EPUSP, 2010. Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/144815/mod_resorce/content/1/Sistemas.pdf> Acesso em: 20 jan 2023.
- SILVA, P. H. O. **Protótipo para monitoramento da dinâmica de vagões ferroviários.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica). Universidade de São João Del-Rei, São João Del-Rei, 2019.

KALMAN FILTER IMPLEMENTATION FOR FILTERING AND DATA ESTIMATION

Abstract: *This work presents the implementation of the Kalman filter for noise filtering and data estimation with the aim of developing practical analyses and aiding in the understanding of concepts related to vibrations, state observers, data monitoring, and estimation. The acceleration measurements are obtained from low-cost sensors (using the Arduino platform) implemented in an experimental setup featuring a two-degree-of-freedom mass-spring system - built at IFMS, Campus Três Lagoas. As an algorithm capable of estimating the state variables of linear systems from noisy measurements, the Kalman filter appears as a potential solution to mitigate the noise problem present in various types of systems and reduce the cost and maintenance of sensors.*

Keywords: *Mechanical vibration. Kalman filter. SHM. Low-cost sensor. State observer.*